Lenzen

N.G. Schultheiss

1 Inleiding

Deze module volgt op de module “Spiegels”. Deze module wordt vervolgd met de module “Telescopen” of de module “Lenzen maken”. Uiteindelijk kun je met de opgedane kennis een telescoop bouwen, de werking verklaren of de telescoop als meetinstrument toepassen. Je hebt voor deze module een passer, geodriehoek, potlood, papier en gum nodig.

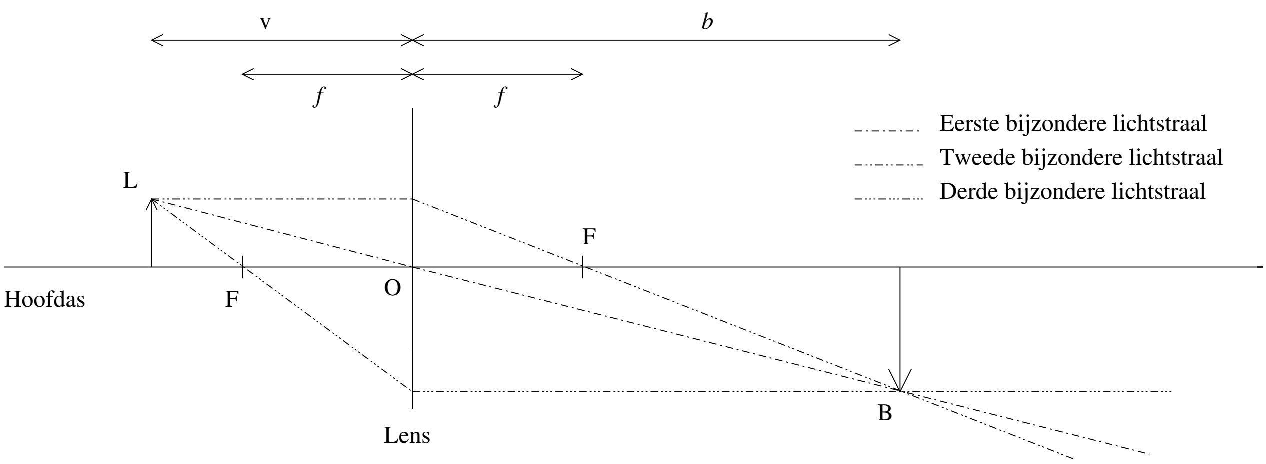
Hieronder volgt een korte samenvatting van de kennis die je al beheerst.

Je kunt de lenzenwet $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v}$ toepassen om een brandpuntafstand f, een voorwerpafstand v of een beeldafstand b uit te rekenen als de andere twee grootheden gegeven zijn.

Je kunt de formule voor vergroting, $N = \frac{b}{v} = \frac{beeldgrootte}{voorwerpgrootte}$, gebruiken om met drie gegeven grootheden de vierde grootheid uit te rekenen. Je weet bijvoorbeeld b, v en de $beeldgrootte$. Je kunt de $voorwerpgrootte$ uitrekenen.

Je kunt het beeld van een voorwerp construeren met de drie bijzondere constructiestralen.

- Een lichtstraal door het midden van een lens gaat rechtdoor.
- Een lichtstraal die voor de lens evenwijdig aan de hoofdas gaat, gaat na de lens door het brandpunt achter de lens.
- Een lichtstraal die voor de lens door het brandpunt gaat, gaat na de lens evenwijdig aan de hoofdas.



Figuur 1.1: De lensconstructie met drie bijzondere stralen

Zoals te zien is, worden de punten met een hoofdletter geschreven en de afstanden met een kleine letter.

O: Optisch middelpunt (Het midden van de lens).

F: Focus of brandpunt.

L: Lichtpunt, het voorwerp straalt bij ieder lichtpunt licht uit.

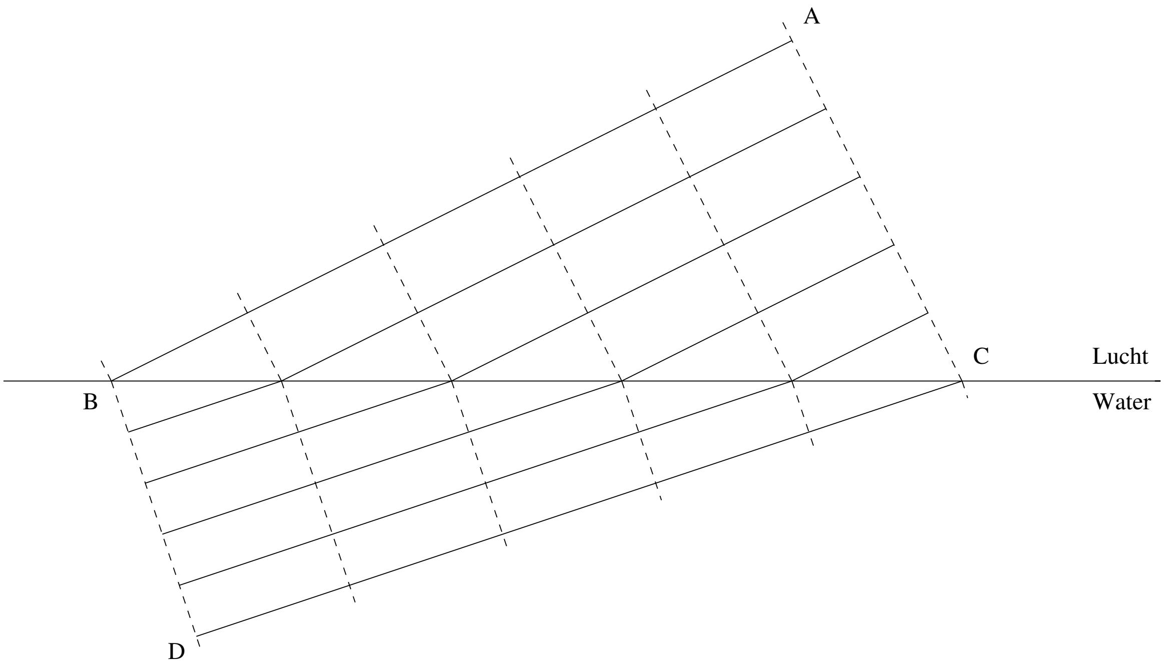
B: Beeldpunt.

2 De werking van een lens

Lenzen werken doordat licht en materie op elkaar inwerken. Als er geen materie is, beweegt het licht met de lichtsnelheid [1] c. Tegenwoordig definieert men de eenheid [m] uit de lichtsnelheid in vacuum en geldt $c = 299\,792\,458\,\text{m/s}$ exact.

Het zal duidelijk zijn dat licht alleen door doorzichtige materie gaat. De lichtsnelheid neemt dan echter altijd af. Het licht gaat in water ongeveer met $\frac{3}{4}$ van de lichtsnelheid, in glas is de snelheid ongeveer $\frac{2}{3}$ van de lichtsnelheid. Omdat het licht een kleinere snelheid krijgt, zal de lichtstraal breken.

Opdracht 1: *In de module "Spiegels" hebben we kennisgemaakt met het Huygens-principe. Leg uit wat er gebeurt als we de afstand tussen de golffronten in luchtledig (zonder materie) en water vergelijken.*



Figuur 2.1: Breking aan een lucht / water oppervlak

In figuur 2.1 zijn twee driehoeken te zien: △ABC en △BCD. Het is direct duidelijk dat het lijnstuk (BC) in beide driehoeken zit. We weten al dat het golffront loodrecht op de golfstraal staat: $\angle BAC = \angle BDC = 90°$.

[1] In 1676 stelde Ole Rømer de lichtsnelheid vast op 225 000 km/s. Hij vond deze snelheid door de tijden te vergelijken, waarop de maan Io van Jupiter achter Jupiter (eclips) tevoorschijn komt (dit is beschreven op wikipedia).

Opdracht 2: *Leg uit hoe je de waarde van* $\sin(\angle \mathrm{ABC})$ *kunt bepalen.*

Opdracht 3: *Leg uit hoe je de waarde van* $\sin(\angle \mathrm{BCD})$ *kunt bepalen.*

Opdracht 4: *Toon aan dat de onderstaande formule geldt:*

$$\frac{\sin(\angle \mathrm{ABC})}{\sin(\angle \mathrm{BCD})} = \frac{(\mathrm{AC})}{(\mathrm{BD})}$$

Opdracht 5: *Leg uit dat de verhouding* $\frac{(\mathrm{AC})}{(\mathrm{BD})}$ *gelijk is aan de verhouding van de lichtsnelheden.*
De verhouding van de lichtsnelheden wordt in dit geval de brekingsindex $N_{lucht \rightarrow water}$ genoemd.

Opdracht 6: *Toon aan dat de hoeken* $\angle \mathrm{ABC}$ *en* $\angle \mathrm{BCD}$ *gelijk zijn aan de hoek van inval i (tussen de invallende straal en de normaal) en de hoek van breking r (tussen de gebroken straal en de normaal).*

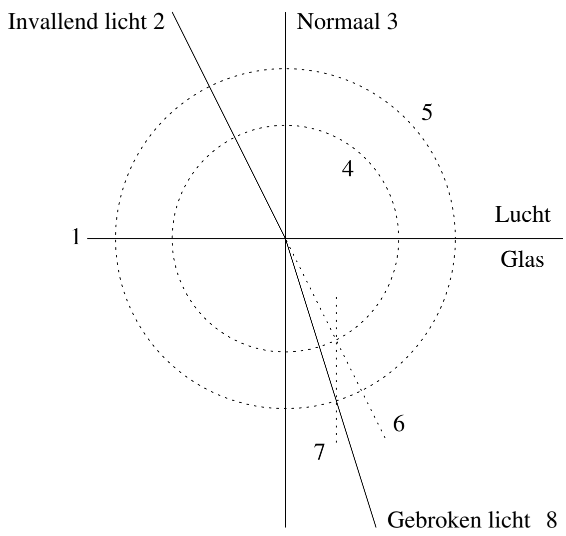
Opdracht 7: Verklaar de onderstaande formule [2]:

$$N = \frac{\sin(i)}{\sin(r)}$$

3 De constructie voor breking aan vlakke en bolvormige oppervlakken

Het tekenen van alle golffronten en golfstralen is een omslachtige klus. We gebruiken daarom twee constructies waarmee we de breking aan vlakke en bolvormige oppervlakken kunnen bepalen. We kunnen de lichtstraal (ray) daarmee volgen, deze techniek heet raytracing.

[2] Deze formule is in Nederland bekend onder de naam: "De wet van Snellius". Hij is vernoemd naar Willibrord Snell van Royen, die een dergelijk relatie voor het eerst wiskundig opschreef. Deze schrijfwijze is echter door René Descartes geformuleerd, in Frankrijk is dit dus de wet van Descartes.



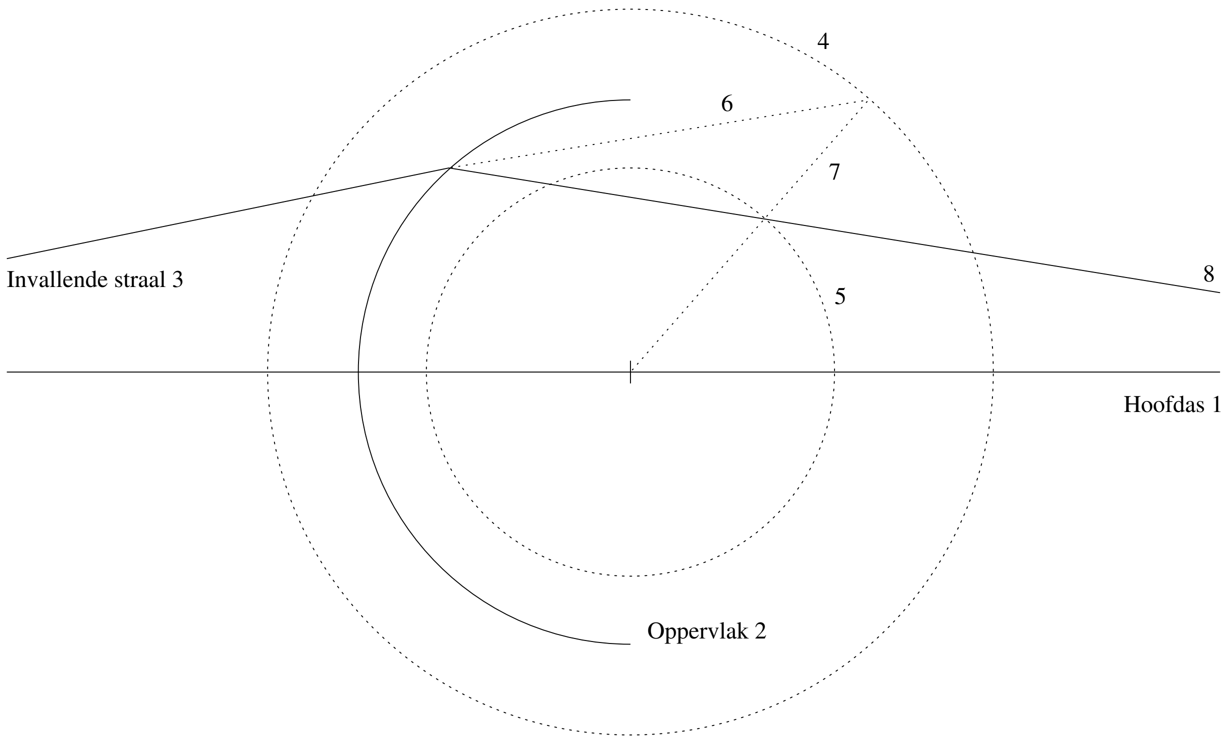
Figuur 3.1: De breking aan een plat vlak

In figuur 3.1 zijn diverse getallen gegeven. Deze geven aan welke procedure gevolgd wordt:

1. Teken het oppervlak tussen beide materialen, hier lucht en glas.
2. Teken de invallende lichtstraal.
3. Teken de normaal bij het snijpunt van de invallende lichtstraal en het oppervlak. Uiteraard staat de normaal loodrecht op het oppervlak.
4. Teken een cirkel met als middelpunt het snijpunt, hier geldt bijvoorbeeld $r = 1{,}5\,\mathrm{cm}$.
5. Teken een tweede concentrische cirkel waarvan de straal N maal groter is dan de straal van de eerste cirkel, hier geldt bijvoorbeeld $r = 2{,}25\,\mathrm{cm}$.
6. Trek de invallende lichtstraal (gestippeld) door.
7. Trek een lijn (gestippeld) evenwijdig aan de hoofdas door de cirkel (4) en de lijn (6).
8. Trek de gebroken lichtstraal van het midden door het snijpunt van de cirkel (5) en de lijn (7).

Opdracht 8: *Een lichtstraal valt met een hoek $i = 25°$op een diamant met $N_{lucht \rightarrow diamant} = 2.417$. Construeer de gebroken lichtstraal.*

Bij de constructie aan een bolvormig oppervlak hebben we drie cirkels nodig.



Figuur 3.2: De breking aan een bol oppervlak

In figuur 3.2 zijn diverse getallen gegeven. Deze geven aan welke procedure gevolgd wordt:

1. Teken de hoofdas.
2. Teken het bolvormig oppervlak. Let op dat je het middelpunt van de cirkel vastlegt. (Hier geldt $r = 3{,}6\,\mathrm{cm}$).
3. Teken de invallende lichtstraal.
4. Teken een hulpcirkel. De straal hiervan is de brekingsindex keer zo groot als de straal van het oppervlak. (Hier geldt $r = 4{,}8\,\mathrm{cm}$).
5. Teken een hulpcirkel. De straal hiervan is de brekingsindex keer zo klein als de straal van het oppervlak. (Hier geldt $r = 2{,}7\,\mathrm{cm}$).
6. Trek de invallende lichtstraal door naar de buitenste cirkel (4).
7. Trek een lijn van dit snijpunt naar het midden van de cirkel.
8. Trek de gebroken straal door het snijpunt van de cirkel (5) en de lijn (7).

Soms hoeven we niet precies te weten hoe de lichtstraal loopt maar willen we wel voorspellen welke brandpuntsafstand een lens heeft. Dit kan met de lenzenmakersformule:

$$\frac{1}{f} = (N-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Let op, de afspraak is dat alle afstanden naar rechts positief zijn en naar links negatief zijn. Bij een lens met twee bollekanten (biconvex) is de straal r_1 (van oppervlak naar middelpunt) positief en de straal r_2 (ook van oppervlak naar middelpunt) negatief.

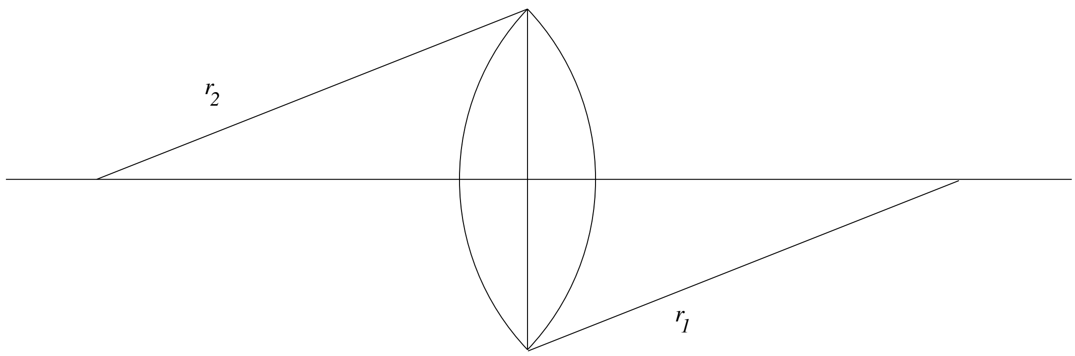
Als we de maten en de brekingsindex van een lens kennen, kunnen we de brandpuntsafstand uitrekenen. Een lens met $r_1 = 10{,}0\,\mathrm{cm}$, $r_2 = 5{,}0\,\mathrm{cm}$ en $N_{lens} = 1.50$ geeft de volgende brandpuntsafstand:

$$\frac{1}{f} = (1.50 - 1)(\frac{1}{0.10} - \frac{1}{-0.050})$$

$$\frac{1}{f} = (0.50)(10 + 20)$$

$$\frac{1}{f} = 15$$

$$f = 15/\mathrm{m} = 6{,}7\,\mathrm{cm}$$



Figuur 3.3: Een lens

Opdracht 9: *Bereken de brandpuntsafstand van een planconvex lens met $r_1 = \infty$ en $r_2 = 4{,}0\,\mathrm{cm}$. De voorkant is dus plat en de achterkant is bol. De brekingsindex $N = 2{,}0$.*

Opdracht 10: *Controleer je berekening met een constructie voor twee evenwijdig aan de hoofdas lopende invallende stralen. Neem deze op* 1,0 cm *en* 2,0 cm *van de hoofdas.*

Opdracht 11: *Krijg je met de constructie een goed brandpunt, wat is de brandpuntsafstand?*

Als je nauwkeurig met een scherp potlood hebt gewerkt, krijg je toch geen scherp brandpunt. Deze lensfout noemt men sferische abberatie.